Ableiten: Polynome (Lösungen 01)

1 Lösungen

1.

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^{6} - 2x^{2} \\ f'(x) &= 6 \cdot 3x^{6-1} - 2 \cdot 2x^{2-1} \\ f'(x) &= 18x^5 - 4x \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} f(x) &= ex^4 - x^3 \\ f'(x) &= 4ex^3 - 3x^2 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} f(x) &= 5x^{5} - e \\ f'(x) &= 5 \cdot 5x^{5-1} \\ f'(x) &= 25x^4 \end{aligned}$$

Da bei e kein x dabei steht, fällt es einfach weg wie eine normale Zahl!

4.

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^3 + x \\ f'(x) &= 6x^2 + 1 \end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned} f(x) &= 5 \\ f'(x) &= 0 \end{aligned}$$

Kein x drin $\rightarrow$ fällt weg.

6.

$$\begin{aligned} f_t(x) &= 4tx^3 - 2t \\ f_t'(x) &= 12tx^2 \end{aligned}$$

$-2t$ enthält kein x $\rightarrow$ weg.

7.

$$\begin{aligned} f_a(x) &= 3a^2x - 3x \\ f_a'(x) &= 3a^2 - 3 \end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned} f_\alpha(x) &= 3x^\alpha \\ f_\alpha'(x) &= 3\alpha x^{\alpha-1} \end{aligned}$$

Ganz normal den Exponenten nach vorne ziehen (mit $\cdot$) und anschließend eins abziehen.

9.

$$\begin{aligned} g(x) &= 12x^{-2} - 3x^7 \\ g'(x) &= -24x^{-3} - 21x^6 \end{aligned}$$

Aufpassen: $-2 - 1 = -3$

10.

$$\begin{aligned} g_t(x) &= 4x^{t+3} - 2x^{t-3} \\ g_t'(x) &= (t+3) \cdot 4x^{t+2} - (t-3) \cdot 2x^{t-4} \end{aligned}$$

Wieder normal den Exponenten nach vorne ziehen (Klammer nicht vergessen!) und oben eins abziehen.

11.

$$\begin{aligned} g(t) &= 3t^2 - 3t^{-9} \\ g'(t) &= 6t + 27t^{-10} \end{aligned}$$

12.

$$\begin{aligned} g_a(t) &= 3at^3 - 5t^{2a} \\ g_a'(t) &= 9at^2 - 10at^{2a-1} \end{aligned}$$

13.

$$\begin{aligned} g_x(t) &= xt^2 - 2t + 8x \\ g_x'(t) &= 2xt - 2 \end{aligned}$$

Wir leiten nach t ab, daher fällt $+8x$ weg!

14.

$$\begin{aligned} h_t(x) &= 5x^3t^2 + 4t - 3x^2 \\ h_t'(x) &= 15x^2t^2 - 6x \end{aligned}$$

15.

$$\begin{aligned} h_a(t) &= t^{2(a+2)} - 2t^{3a} \\ h_a'(t) &= 2(a+2)t^{2a+3} - 6at^{3a-1} \end{aligned}$$

16.

$$\begin{aligned} h(x,t) &= 5x^4t^3 - 2t^{-5} + 3x - e \\ \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} &= 15x^4t^2 + 10t^{-6} \end{aligned}$$

Ableitung nach t

17.

$$\begin{aligned} f(a,b) &= a^e - b^2a + e^2 \\ \frac{\partial f(a,b)}{\partial a} &= ea^{e-1} - b^2 \end{aligned}$$

Ableitung nach a.
e ist normale Zahl.

18.

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt[3]{x^4} = (\sqrt[3]{x})^4 = x^{\frac{4}{3}} \\ f'(x) &= \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

Exponent nach vorne.
Oben: $\frac{4}{3} - 1 = \frac{4}{3} - \frac{3}{3} = \frac{1}{3}$

19.

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{2}{x^3} = 2 \cdot x^{-3} \\ g'(x) &= -6x^{-4} \end{aligned}$$

20.

$$\begin{aligned} h_t(x) &= 3tx^{\frac{2}{5}} - \sqrt{t} \\ h_t'(x) &= \frac{6}{5}tx^{\frac{-3}{5}} \end{aligned}$$

21.

$$\begin{aligned} f_t(x) &= \sqrt{xt} = \sqrt[2]{xt} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{t} \\ f_t(x) &= x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{t} \\ f_t'(x) &= \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{t} \end{aligned}$$

Umgeschrieben & abgeleitet.
Faktor $\cdot\sqrt{t}$ bleibt wegen $\cdot$

22.

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{4}{t^5} - \sqrt{t} \\ h(t) &= 4t^{-5} - t^{\frac{1}{2}} \\ h'(t) &= -20t^{-6} - \frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Umgeschrieben & abgeleitet.

23.

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{3}{t^{-2}} + t^{-\frac{1}{3}} \\ f(t) &= 3t^2 + t^{-\frac{1}{3}} \\ f'(t) &= 6t - \frac{1}{3}t^{-\frac{4}{3}} \end{aligned}$$

24.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^{-2} - \frac{3}{x} \\ f(x) &= x^{-2} - 3x^{-1} \\ f'(x) &= -2x^{-3} + 3x^{-2} \end{aligned}$$

25.

$$\begin{aligned} g_a(x) &= \frac{a}{x} - x^{\frac{a}{2}} \\ g_a'(x) &= -ax^{-2} - \frac{a}{2}x^{\frac{a}{2}-1} \end{aligned}$$

26.

$$\begin{aligned} h_t(x) &= x^{-t} - \frac{x^5}{t^2} - \frac{t^2}{x^{-3}} \\ h_t'(x) &= -tx^{-t-1} - \frac{5x^4}{t^2} - 3t^2x^2 \end{aligned}$$