Howto: Ableiten mit Beispielen

1 Konstanten [fallen weg! (Haben keine Steigung $\hat{=}$ 0)]

$$
\begin{aligned}
f(x) = c &\;\rightarrow\; f'(x) = 0 \\
f(x) = 5 &\;\rightarrow\; f'(x) = 0 \\
f(x) = \pi &\;\rightarrow\; f'(x) = 0
\end{aligned}
$$

2 Monome [Exponent mit · nach vorne ziehen und oben 1 abziehen.]

$$
\begin{aligned}
f(x) = x^n &\;\rightarrow\; f'(x) = n \cdot x^{n-1} \\
f(x) = x^5 &\;\rightarrow\; f'(x) = 5x^4 \\
f(x) = 2x^6 &\;\rightarrow\; f'(x) = 2 \cdot 6 \cdot x^5 = 12x^5 \\
f(x) = x = x^1 &\;\rightarrow\; f'(x) = 1 \cdot x^0 = 1 \cdot 1 = 1 \\
f(x) = ax &\;\rightarrow\; f'(x) = a
\end{aligned}
$$

3 Polynome [Alle Monome (siehe 2) einzeln ableiten.]

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5 \;\rightarrow\; f'(x) = 6x - 2$$

4 Wurzeln [Umschreiben und als Monom behandeln.]

$$
\begin{aligned}
f(x) = \sqrt[8]{x^3} = x^{\frac{3}{8}} &\;\rightarrow\; f'(x) = \frac{3}{8} x^{\frac{3}{8}-1} = \frac{3}{8} x^{-\frac{5}{8}} \\
f(x) = \sqrt{x} = \sqrt[2]{x} = x^{\frac{1}{2}} &\;\rightarrow\; f'(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}
\end{aligned}
$$

5 'Bruchfunktion' [Umschreiben und als Monom behandeln.]

$$
\begin{aligned}
f(x) = \frac{1}{x^3} = 1 \cdot x^{-3} &\;\rightarrow\; f'(x) = -3 \cdot x^{-4} \\
f(x) = \frac{5}{x^2} = 5x^{-2} &\;\rightarrow\; f'(x) = -10x^{-3} \\
f(x) = -\frac{\pi e}{x^4} = -\pi e x^{-4} &\;\rightarrow\; f'(x) = 4\pi e x^{-5}
\end{aligned}
$$

6 sin/cos: [Kette folgen, Klammer abschreiben, · innere Ableitung]

$$\to \sin(x) \to \cos(x) \to -\sin(x) \to -\cos(x) \quad \to \sin(x) \to \dots$$

$$\begin{aligned} f(x) = 2\sin(x) \quad &\to \quad f'(x) = 2\cos(x) \\ f(x) = 3\cos(4x) \quad &\to \quad f'(x) = -3\sin(4x)\cdot 4 = -12\sin(4x) \\ f(x) = -a\cos(3\pi x^2) \quad &\to \quad f'(x) = a\sin(3\pi x^2)\cdot 6\pi x = 6a\pi x\sin(3\pi x^2) \end{aligned}$$

7 e-Funktionen [e-Fkt abschreiben und · innere Ableitung]

$$\begin{aligned} f(x) = 3e^{2x} \quad &\to \quad f'(x) = 3e^{2x}\cdot 2 = 6e^{2x} \\ f(x) = 4e^{5x^2} \quad &\to \quad f'(x) = 4e^{5x^2}\cdot 10x = 40x\cdot e^{5x^2} \\ f(x) = \pi e^{2\sin(x)} \quad &\to \quad f'(x) = \pi e^{2\sin(x)}\cdot 2\cos(x) \end{aligned}$$

8 Produktregel [$f(x) = u(x)\cdot v(x) \to f'(x) = u'v + uv'$]

$$\begin{aligned} f(x) = 4x\cdot e^{2x} \quad &\to \quad f'(x) = 4\cdot e^{2x} + 4x\cdot e^{2x}\cdot 2 = e^{2x}(4+8x) \\ f(x) = e^{2x}(4+8x) \quad &\to \quad f'(x) = 2e^{2x}\cdot(4+8x) + e^{2x}\cdot 8 = e^{2x}(16+16x) \end{aligned}$$

9 Quotientenregel [$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \to f'(x) = \frac{u'v-uv'}{v^2}$]

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{\sin(2x)}{x^2} \quad &\to \quad f'(x) = \frac{2\cos(2x)\cdot x^2 - \sin(2x)\cdot 2x}{(x^2)^2} = \frac{2x(x\cos(2x)-\sin(2x))}{x^4} \\ f(x) = \frac{e^{\pi x}}{-\sin(x)} \quad &\to \quad f'(x) = \frac{\pi e^{\pi x}\cdot(-\sin(x)) - e^{\pi x}\cdot(-\cos(x))}{(-\sin(x))^2} = \frac{-e^{\pi x}(\pi\sin(x)+\cos(x))}{\sin^2(x)} \end{aligned}$$